

# TD5 — Grammaires

Théorie des langages

**Exercice 1** Rappelons le lemme de pompage :

Soit  $L \subseteq \Sigma^*$  un langage régulier. Alors il existe une constante  $n \in \mathbb{N}$  telle que pour tout  $m \in L$  de longueur au moins  $n$ , il existe  $u, v, w \in \Sigma^*$  satisfaisant :

- $m = uvw$
- $|uv| \leq n$
- $|v| \geq 1$
- $uv^i w \in L$  pour chaque entier  $i \geq 0$

Montrez que ces langages ne sont pas réguliers :

1.  $L_1 = \{a^k b a^k \mid k \in \mathbb{N}\}$
2.  $L_2 = \{a^k b^{2k+1} \mid k \in \mathbb{N}\}$
3.  $L_3 = \{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$

**Exercice 2** Considérons la grammaire :

$S \rightarrow (L) \mid a$   
 $L \rightarrow L, S \mid S$

1. Déterminez les arbres d'analyse pour les phrases suivantes :
  - (a)  $(a, a)$
  - (b)  $(a, (a, a))$
  - (c)  $(a, ((a, a), (a, a)))$
2. Construire une dérivation gauche pour chaque phrase de la question 1
3. Construire une dérivation droite pour chaque phrase de la question 1

**Exercice 3** Considérons la grammaire :

$S \rightarrow aSbS \mid bSaS \mid \epsilon$

1. Montre que cette grammaire est ambiguë en construisant deux dérivations gauche différentes pour la phrase  $abab$ .
2. Construisez les dérivations droites correspondant à  $abab$ .
3. Construisez les arbres d'analyse correspondant à  $abab$ .

**Exercice 4** Considérons la grammaire :

$S \rightarrow S(S)S \mid \epsilon$

Trouvez un exemple pour montrer que cette grammaire est ambiguë.